Spojená škola sv. Františka Assiského

Kláštorné námestie, 1, 901 01 Malacky

STREDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOSŤ

Číslo odboru: 02

Matematika, fyzika

Teória stacionárneho vesmíru

Holíč

2017

Riešiteľ: Dušan Daniel

Ročník štúdia: tretí

Spojená škola sv. Františka Assiského
Kláštorné námestie, 1, 901 01 Malacky

STREDOŠKOLSKÁ ODBORNÁ ČINNOSŤ

Číslo odboru: 02

Matematika, fyzika

Teória stacionárneho vesmíru

Malacky

2017

Riešiteľ: Dušan Daniel

Ročník štúdia: tretí

Konzultant:

RNDr. Jozef Ondrejka

Obsah

Úvod ... 3

Ciele a metodika ... 6

1 Teória relativity ... 7

1.1 Cesta za relativitou ... 7

1.2 Základné matematické štruktúry teórie relativity ... 10

1.2.1 Skalárny súčin, zvyšovanie a znižovanie indexov ... 12

1.2.2 Interval a vlastný čas ... 14

2 Praktická časť ... 16

2.1 Hypotéza stacionárneho vesmíru ... 16

2.1.1 Schwarzschildovo riešenie ... 17

2.1.2 Matematická formulácia problému ... 18

2.1.3 Záver výskumu ... 21

Záver ... 22

Bibliografia ... 23

Resumé ... 24

Úvod

Ak sa pozrieme do histórie ľudstva, často sa stretneme so zmenami myslenia ľudí a ich nazerania na svet. Táto skutočnosť je najviac viditeľná práve vo svete vedy.

V starovekej vede dominovali hlavne astronómia a matematika. Pravdou je, že staroveká astronómia bola ovplyvňovaná skôr vierou, než skutočnými a racionálnymi úvahami. Ľudia si prirodzene mysleli, že Zem je doska plávajúca na oceáne a okolo nej sú na oblohe zavesené nebeské telesá, ktorým často pripisovali božský pôvod. Verili, že Slnko, Mesiac a hviezdy obiehajú okolo Zeme a že Zem je stredom všetkého. Treba však povedať, že tieto úvahy vychádzali z každodenných skúseností.

Postupom času sa ale ukázalo, že nie všetko je také, ako na prvý pohľad vyzerá. V každom historickom období žili ľudia, ktorí sa nie vždy úplne stotožňovali s tým, čo si myslela väčšina ľudí. Títo ľudia znamenali pokrok nielen v myslení, ale aj vo vývoji vedy, pretože svojimi novými poznatkami otvárali brány úplne novým pohľadom a otázkam, nad ktorými si lámali hlavu ďalšie generácie mysliteľov. Týmto položili základy aj dnešných moderných vied, ako napríklad fyziky, chémie alebo biológie. Každý pokrok vo svete vedy predurčovala zmena v myslení. O tejto skutočnosti svedčia aj udalosti z nedávnej histórie.

Začiatok 20.storočia znamenal pre svet fyziky úplný a nečakaný obrat. Všetko odštartoval Albert Einstein, vtedy neznámy patentový úradník, objasnením niekoľkých veľkých záhad, ktoré lámali hlavy vedcom dlhé stáročia. Vo svojich prvých prácach vytvoril základy modernej štatistickej fyziky. V roku 1905 vydal 4 zo svojich najdôležitejších prác, čím formuloval kvantovú teóriu svetla, vysvetlil fotoelektrický efekt, Brownov pohyb a mnoho ďalších fyzikálnych javov. Einstein predovšetkým významne prispel ku vzniku kvantovej teórie (zaviedol predstavu kvánt svetla (fotónov), neskôr kvantové predstavy rozšíril na ďalšie fyzikálne procesy) a uverejnil aj svoju prevratnú špeciálnu teóriu relativity, z ktorej vyplýva vzťah medzi hmotnosťou a energiou ($E = mc^2$). Toto všetko však znamenalo len začiatok Einsteinových prevratných úvah. V roku 1915 dokončil logickú štruktúru všeobecnej teórie relativity, čím vytvoril jednotnú teóriu času, priestoru a gravitácie.

Pokrok teoretickej fyziky znamenal aj veľkú výzvu pre experimentálnych fyzikov či astronómov. V roku 1924 Edwin Hubble zmeral vzdialenosť hmloviny v Andromédе,

čím potvrdil svoju domnienku, že sa vesmír rozkladá všade okolo a že nekončí za hranicami našej galaxie. Správne potom vyvodil záver, že hmlovina v Andromede je samostatná galaxia podobná tej našej. V priebehu ďalších pozorovaní iných galaxií objavil Hubble, že všetky galaxie nevyzerajú rovnako, ale že sa výzorom odlišujú, čo mu dalo podnet na vypracovanie prvej použiteľnej klasifikácie galaxií. Stalo sa tak roku 1925 a jeho klasifikácia sa používa dodnes. Galaxie rozdelil na špirálovité, eliptické, šošovkovité a nepravidelné.

V priebehu pozorovania vzdialených galaxií si ako prvý V. M. Slipher a po ňom M. Humason a E. Hubble všimli vysokú rýchlosť ich vzďaľovania sa od Zeme. Na základe týchto meraní rýchlosti vzďaľovania špirálovitých galaxií a na základe rôznych odhadov skutočnej vzdialenosti uvedených sústav dospel potom Hubble k jednému z najdôležitejších objavov 20. storočia. Ako prvý zostrojil diagram, v ktorom zakreslil rýchlosti vzďaľovania sa galaxií (odmerané z červeného posunu hviezd – Dopplerov jav) a na druhej osi potom zakreslil vzdialenosti pozorovaných galaxií. Tu spozoroval, že medzi oboma veličinami existuje úplne jednoznačný vzťah, a to taký, že galaxia dvakrát vzdialenejšia má aj dvakrát väčší červený posun. Hubble z tejto skutočnosti vyvodil záver, že vesmír sa rozpína. Za pomoci využitia všeobecnej teórie relativity Alberta Einsteina, ktorú Hubble svojím pozorovaním potvrdil, bol už iba malý krôčik k vysloveniu a sformulovaniu novej prevratnej myšlienky, ktorou sa stalo odvodenie vzniku vesmíru.

Prvý raz myšlienku vzniku vesmíru definoval ruský matematik a kozmológ Alexander Alexandrovič Fridman na základe výpočtov, ktoré vychádzali zo všeobecnej teórie relativity, a to už medzi rokmi 1922 až 1924. Fridman predpovedal nestacionárne modely vesmíru. Nezávisle od neho urobil podobný objav belgický astrofyzik a kňaz Georges Lemaître, ktorý ho navyše obohatil o poznatky expanzie vesmíru a predpovedal „horúci“ počiatok vesmíru. Všetko vyústilo v roku 1948, kedy americký fyzik ukrajinského pôvodu George Anthony Gamow publikoval teóriu počiatku vývoja vesmíru mohutnou explóziou, pre ktorú sa vžil názov Veľký tresk (angl. Big Bang).

Táto úžasná štruktúra fyzikálnych objavov 20. stroročia nám celkom postačujúco vykresľuje fungovanie a vznik vesmíru. Skutočnosť je však taká, že na všetko sa dá pozerať dvojakým pohľadom a že nie všetko je také jednoznačné, ako sa zdá. Mnohí fyzici vrátane Einsteina pochybovali o svojich modeloch, ak sa ukázalo, že nie sú

totožné s vtedajším presvedčením. Postupom času sa však ukázalo, že práve tie myšlienky, ktoré svojho času považovali za chybné, boli nielen správne, ale aj kľúčové pre správne nazeranie na svet a úspešný vedecký pokrok. Práve preto bude súčasťou tejto práce odklonenie sa od všeobecne prijímaných myšlienok a vytvorenie hypotéz, ktoré budú taktiež matematicky podložené.

Ciele a metodika

Prvotným cieľom tejto práce je vytvorenie teórie stacionárneho vesmíru, ktorá korešponduje s doterajšími poznatkami. Sprievodným cieľom je poukázanie na skutočnosť, že vedecký pokrok v histórii ľudstva bol podmienený zmenou nazerania na daný problém a pripustením, že zaužívané teórie a pohľady na svet nemusia byť vždy správne.

Pre vytvorenie danej teórie bol potrebný súhrn doterajších poznatkov z oblasti astronómie a matematiky. Hlavným stavebným kameňom tejto práce je všeobecná teória relativity. Pre matematický popis našej teórie bolo potrebné oboznámiť sa aspoň so základnými matematickými štruktúrami teórie relativity, preto je značná časť tejto práce venovaná práve matematike.

Praktická časť pozostáva zo slovnej formulácie hypotézy stacionárneho vesmíru a z jej následného matematického popisu. V závere sú zhrnuté všetky poznatky, vychádzajúce z praktickej časti, ako aj vyhodnotenie celej práce.

1 Teória relativity

1.1 Cesta za relativitou

Teória relativity vznikla na začiatku 20. storočia a jej autorom je svetoznámy fyzik Albert Einstein, ktorý sa stal nielen vďaka relativite symbolom génia.

Relativita nás v skutočnosti zasiahla celkovo v troch vlnách, pričom prvá vlna zarezonovala už v 17. storočí za čias Isaaca Newtona. Práve Newton a jeho súčasníci odštartovali modernú dobu fyziky, ktorá sa zmocnila popisu pohybu telies a mechanických dejov. Túto časť fyziky nazývame klasická mechanika. Z pohybových rovníc klasickej mechaniky vyplýva, že rýchlosť pohybujúceho sa objektu je relatívna, pričom závisí na tom, z ktorej vzťažnej sústavy daný objekt pozorujeme. V praxi to znamená, že ak idete autom rýchlosťou napríklad 100 km/h a oproti vám ide auto rýchlosťou 90 km/h, tak voči vašej vzťažnej sústave sa protiidúce auto pohybuje rýchlosťou 190km/h. Alebo ak sa pohybujete v aute rýchlosťou 100km/h a druhé auto vás predbieha rovnakým smerom, pričom sa pohybuje rýchlosťou napríklad 120 km/h, tak voči vašej vzťažnej sústave sa pohybuje rýchlosťou len 20km/h. Z týchto dvoch príkladov je zrejmé, že rýchlosti jednotlivých objektov sa skladajú ako vektory, pretože rýchlosť je vektorová fyzikálna veličina. Ďalší dôležitý fakt, ktorý vyplýva z pohybových rovníc klasickej mechaniky je, že mechanické deje dopadnú vo všetkých inerciálnych vzťažných sústavách (tj. v sústavách, v ktorých platí Newtonov zákon zotrvačnosti) rovnako. V praxi to znamená, že ak si hádžeme loptou na záhrade pred domom alebo vo vlaku, ktorý sa pohybuje rovnomerne a priamočiaro, v obidvoch prípadoch musí daný dej dopadnúť rovnako. Všetky tieto zistenia sú výsledkom tzv. Galileiho transformácie. S týmito zákonmi klasickej mechaniky boli ľudia spokojní ešte 200 rokov po ich vzniku.

V 19. storočí nastala pre fyziku éra elektriny a magnetizmu a ich následného spojenia do jednotnej teórie elektromagnetizmu. Tento prúd nových poznatkov vyvolal vo vedcoch túžbu vynaliezať nové prístroje a princípy, kde by mohli elektrinu a magnetizmus použiť. Vrcholom teoretických poznatkov elektromagnetizmu bolo spísanie štyroch matematických rovníc, ktoré popisujú všetky elektoromagnetické deje. Ich autorom je fyzik James Clerk Maxwell, a preto sa tieto rovnice nazývajú aj Maxwellove rovnice. Ak budeme hľadať riešenie týchto rovníc vo vákuu a dosadíme si do nich rovnice rovinnej vlnoplochy, pretože elektromagnetická vlna sa môže šíriť ako

rovinná vlna, dostaneme množstvo užitočných vzťahov. Jedným z týchto vzťahov je aj výpočet rýchlosti šírenia elektromagnetickej vlny, teda aj svetla ako časti elektromagnetického spektra. V tomto vzťahu vystupujú len dve veličiny, od ktorých je rýchlosť svetla závislá, a to permitivita a permeabilita vákua. Tieto dve veličiny sa stávajú pre vákuum konštantami, z čoho vyplýva, že aj rýchlosť svetla musí byť konštantná a to v závislosti od akejkoľvek vzťažnej sústavy. To znamená, že je úplne jedno, akou rýchlosťou a akým smerom sa pohybujete, svetlo vás vždy minie rovnakou rýchlosťou. Tento fakt je ale v rozpore s klasickou mechanikou, ktorá hovorí, že rýchlosti sa skladajú. Vtedy ľuďom došlo, že bude treba opraviť Galileiho transformáciu ,aby mechanika korešpondovala s elektromagnetizmom. Takisto bolo zrejmé, že táto nová transformácia musí pri nízkych rýchlostiach prechádzať v Galileiho transformáciu, pretože každodenná skúsenosť našich relatívne nízkych rýchlostí hovorí, že aj Galileiho transformácia musí byť pri nízkych rýchlostiach správna, a teda že rýchlosti sa skladajú, len trocha iným spôsobom.

O túto opravu klasickej mechaniky sa pokúšalo mnoho fyzikov a matematikov 19. storočia. Ako prvému sa to však podarilo jednému neznámemu patentovému úradníkovi Albertovi Einsteinovi v roku 1905. Túto opravu Galileiho transformácie nazývame Lorentzova transformácia a súbor nových poznatkov z nej vychádzajúcich nazval Einstein špeciálnou relativitou. Tu sa prvýkrát stretávame s myšlienkou rozdielnych časových intervalov, dĺžok a hmotností v závislosti od vzťažnej sústavy, z ktorej deje pozorujeme. Najznámejšou rovnicou špeciálnej teórie relativity a zároveň najpopulárnejšou fyzikálnou rovnicou je rovnica, ktorá spája koncept hmoty a energie do jednej a tej istej podstaty. Aj toto zistenie nám priniesla špeciálna teória relativity.

Špeciálna teória relativity mala však jednu nevýhodu a to tú, že sa dala použiť len v špeciálnom prípade, kedy operujeme s inerciálnymi sústavami a konštantnými rýchlosťami. Z každodennej skúsenosti ale vieme, že telesá často zrýchľujú, spomaľujú a menia svoj smer. Ak by sme teda chceli popísať napríklad pohyb zrýchľujúceho vlaku, nemohli by sme použiť rovnice špeciálnej relativity. Tento fakt viedol Einsteina k tomu, aby zovšeobecnil svoje nové zistenia a rovnice aj pre neinerciálne sústavy. To dalo veľkú nádej vytvoriť miesto v relativite aj pre gravitáciu, pretože práve pohyby v gravitačnom poli spôsobujú, že telesá menia svoju rýchlosť. Einsteina napadlo, že hmotné telesá zakrivujú okolo seba čas a priestor a že ostatné telesá okolo nich sa potom pohybujú po tomto zakrivenom svete po najrovnejších možných dráhach.

Pre názornosť si môžeme predstaviť povrch trampolíny ako priestor, ktorý je ale v tomto prípade len dvojrozmerný. Ak si predstavíme teleso s výraznou hmotnosťou a umiestnime ho do stredu trampolíny, toto teleso okolo seba zakriví povrch trampolíny. Ak by sme teraz do trampolíny hodili napríklad medené guľôčky, tieto guľôčky sa budú pohybovať okolo telesa, ktoré zakrivilo trampolínu a po čase, keď stratia svoju kinetickú energiu, spadnú k zdroju zakrivenia. Ak by sme však boli dvojrozmernými pozorovateľmi a žili by sme "spľasknutí" na povrchu trampolíny, nevideli by sme žiadne zakrivenie a mysleli by sme si, že to ťažké teleso si tie medené guľôčky k sebe pritiahlo nejakou neznámou neviditeľnou silou. A presne takto my vnímame gravitáciu.

Gravitácia je však v skutočnosti spôsobená tým, že telesá okolo seba zakrivujú čas a priestor a ostatné telesá sa potom pohybujú po tomto zakrivenom svete. Myšlienka je to veľmi pekná a jednoduchá, no aby sme tým niečo získali, bude potrebné matematicky popísať, ako telesá zakrivujú čas a priestor a ako sa potom ostatné telesá v tomto zakrivenom svete pohybujú. Einsteinovi sa to podarilo až v roku 1915 a o rok neskôr publikoval svoj výsledok pod názvom všeobecná teória relativity, čím vytvoril jednotnú teóriu času, priestoru a gravitácie. Všeobecná teória relativity priniesla množstvo nových zistení, napríklad zmeny chodu času a zmeny dĺžok v závislosti od dvoch rôznych gravitačných polí, strhávanie priestoru rotujúcim telesom alebo nedávno detekované gravitačné vlny. Ak by sme sa chceli dostať až k samotnému popisu zakrivenia časopriestoru, bolo by potrebné chronologicky vystavať matematickú stavbu, na ktorej stojí celá teória relativity. Pre stručnosť objasníme len základné matematické štruktúry teórie relativity, ktoré budeme potrebovať pri praktickej časti.

1.2 Základné matematické štruktúry teórie relativity

Predpokladajme, že máme lineárny vektorový priestor opatrený bázou $\{e_k\}$. Vektor A môžeme v tejto báze rozvinúť do výrazu

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^{N} A^k \mathbf{e}_k = A^k \mathbf{e}_k \,. \qquad (1)$$

Čísla A^k nazývame zložky (súradnice, koeficienty rozvoja) vektora, objekty e_k prvky bázy.

Rôzna poloha indexov naznačuje, že sa zložky vektorov transformujú inak ako prvky bázy. Naďalej budeme využívať sumačnú konvenciu, pričom sčítanie bude vždy prebiehať cez jeden index dolný (transformuje sa ako prvky bázy) a jeden index horný (transformuje sa ako zložky vektorov). Cez dvojicu rovnakého horného a dolného indexu sa automaticky sčíta, ide o tzv. nemé indexy. Poloha voľných indexov (cez ktoré sa nesčíta) musí zostať na oboch stranách rovnosti vždy rovnaká. Prejdime od jednej bázy k nejakej inej, "vlnkovatej" báze:

$$\{\mathbf{e}_k\} \quad \rightarrow \quad \{\tilde{\mathbf{e}}_k\} \,. \qquad (2)$$

Vektor **A** je objekt, ktorého vyjadrenie nemôže závisieť na voľbe bázy, tj. musí platiť

$$\mathbf{A} = \tilde{A}^k \tilde{\mathbf{e}}_k = A^k \mathbf{e}_k \,. \qquad (3)$$

Zložky vektorov sa medzi dvoma bázami budú transformovať pomocou matice S:

$$\tilde{A}^k = S^k{}_l A^l \,. \qquad (4)$$

Všimnime si, že sa sčíta cez nemý index l (jeden je hore a druhý dole). Voľný index k je na oboch stranách rovnosti hore. Aj u matíc tak musíme rozlišovať horné a dolné indexy. Transformačnú maticu prvkov bázy označme U:

$$\tilde{\mathbf{e}}_k = U^l{}_k \mathbf{e}_l \,. \qquad (5)$$

Vyskúšajme si, že ide o jedinú možnosť, pri ktorej sa sčíta cez jeden horný a jeden dolný index, voľný index k má rovnakú polohu na oboch stranách rovnosti,

transformačná matica U má rovnako ako matica S prvý index hore a druhý dole. Zistime teraz, aký je vzťah medzi oboma transformačnými maticami S a U. Vyjdime z vyjadrenia vektora A v novej báze (5):

$$\mathbf{A} = \tilde{A}^k \tilde{\mathbf{e}}_k = S^k{}_l A^l \, U^n{}_k \mathbf{e}_n = U^n{}_k S^k{}_l A^l \mathbf{e}_n \,. \quad (6)$$

Je zrejmé, že v novej báze musí byť výsledok $A^l e_l$ alebo $A^k e_k$. To sa však dá dosiahnuť jediným spôsobom.V poslednom výraze musí platiť

$$U^n{}_k S^k{}_l = \delta^n{}_l \,, \quad (7)$$

kde sme označili $\delta^n{}_l$, Kroneckerovu deltu. V maticovom zápise táto podmienka hovorí, že **U·S=1** (8)

Je zrejmé, že matice U a S sú navzájom inverzné. To je zrejmé už priamo z rozkladu vektora **A**(3) do obidvoch báz. Ak má byť výsledok rovnaký, musia sa zložky vektorov (horné indexy) transformovať "opačne" ako prvky bázy (dolné indexy). Jedine tak dajú kombináciu (3), tj. výsledok nezávislý na voľbe bázy (vektor **A**). Horné indexy budeme nazývať **kontravariantné.**

Tieto indexy sa transformujú rovnako ako zložky vektora, tj. pomocou transformačnej matice **S**.

Dolné indexy budeme nazývať **kovariantné**. Tieto indexy sa transformujú rovnako ako prvky bázy, tj. pomocou transformačnej matice **U**. Indexov môže byť aj viac, napríklad zo zložiek dvoch vektorov môžeme zostaviť výraz

$$T^{kl} \equiv A^k B^l \,; \qquad \tilde{T}^{kl} \equiv S^k{}_o S^l{}_p T^{op} \,, \quad (9)$$

ktorý sa musí transformovať ako súčin zložiek vektorov. Za pomoci T^{kl} môžeme vytvoriť opäť objekt nezávislý na súradnicovej sústave, tzv. tenzor druhého rádu:

$$\tilde{\mathbf{T}} \equiv T^{kl} \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l \,. \quad (10)$$

Symbol $\mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l$ nazývame diadický (tenzorový) súčin, ide o usporiadanú dvojicu prvkov bázy. Výraz $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ tak chápeme ako objekt so zložkami, ktoré tvoria maticu $A^k B^l$:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = A^k B^l \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l \quad (11)$$

1.2.1 Skalárny súčin, zvyšovanie a znižovanie indexov

Predpokladajme, že je na našom lineárnom vektorovom priestore definovaný skalárny súčin dvoch vektorov **A**· **B**, ktorý spĺňa základné vlastnosti skalárneho súčinu. Ak rozvinieme oba vektory do báz, získame:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^k B^l \, \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_l = g_{kl} A^k B^l , \quad (12)$$

kde sme označili

$$g_{kl} \equiv \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_l \quad (13),$$

tzv. metrické koeficienty (metriku). Vidíme, že výsledok skalárneho súčinu dvoch ľubovoľných vektorov môžeme určiť, pokiaľ poznáme metrické koeficienty, tj. výsledok skalárnych súčinov všetkých prvkov bázy medzi sebou.

Označme inverznú maticu k metrike

$$g^{kl} \equiv (g_{kl})^{-1} ; \qquad g^{kl} g_{lm} = \delta^k{}_m . \quad (14)$$

Zaveďme teraz pomocné (duálne) objekty

$$\mathbf{e}^k \equiv g^{kl} \mathbf{e}_l ; \qquad A_k \equiv g_{kl} A^l . \quad (15)$$

Nejde o skutočné prvky bázy ani o skutočné komponenty vektora, ale o formálnu lineárnu kombináciu danú metrikou. Vždy platí, že index hore znamená transformáciu pomocou rovnakej matice, akou sa transformujú zložky vektorov, a index dole znamená transformáciu pomocou rovnakej matice, akou sa transformujú prvky bázy. Za pomoci metriky tak môžeme indexy ľubovoľne znižovať alebo zvyšovať, stačí len dodržať pravidlo, že sčítame cez jeden horný a jeden dolný index (to zaistí invariancia súčtu vzhľadom k transformácii bázy). Voľné indexy zachovávajú vždy svoju polohu.

Uveďme príklad:

$$g_{lo} T^{klm} = T^k{}_o{}^m . \quad (16)$$

Prostredný index sme znížili pomocou metriky. Skalárny súčin teraz môžeme zapísať niekoľkými spôsobmi:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = g_{kl}A^k B^l = A^k B_k\,, \quad (17)$$

kde sme druhý index znížili pomocou metriky. Mohli sme ale tiež znížiť prvý index:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = g_{kl}A^k B^l = A_l B^l = A_k B^k\,.$$

Platí teda:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = g_{kl}A^k B^l = A^k B_k = A_k B^k\,. \quad (18)$$

Kontravariantná (horná) zložka je skutočnou zložkou vektora, kovariantná (dolná) v sebe obsahuje metriku. Definíciu inverznej metriky (14) môžeme chápať aj ako znižovanie či zvyšovanie indexov:

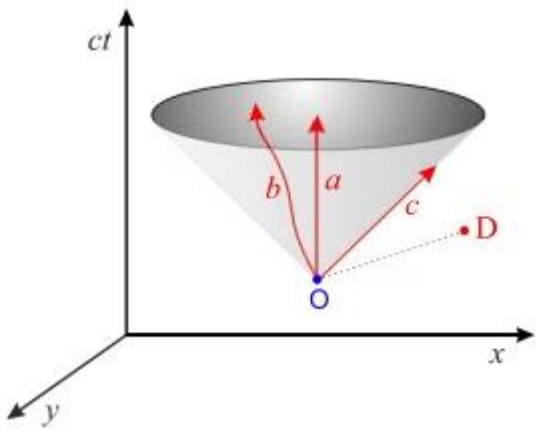
$$\begin{aligned} g^{kl}g_{lm} &= \delta^k{}_m\,; \\ g^{kl}g_{lm} &= g^k{}_m\,; \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad g^k{}_m = \delta^k{}_m\,. \quad (19)$$

Metrika a Kroneckerova delta sú tak jediným objektom. Ak sú oba indexy dole, ide o metrické koeficienty. Ak sú oba indexy hore, ide o inverznú maticu k metrickým koeficientom, a ak sú indexy zmiešané, ide o Kroneckerovu deltu, teda prvky jednotkovej matice. Metrika tak nie je nič iné ako jednotková matica s patrične posunutými indexami. Pomocou tenzorového zápisu môžeme písať

$$\mathbf{1} = \delta^k{}_l\mathbf{e}_k\otimes\mathbf{e}^l = g_{kl}\mathbf{e}^k\otimes\mathbf{e}^l = g^{kl}\mathbf{e}_k\otimes\mathbf{e}_l\,. \quad (20)$$

1.2.2 Interval a vlastný čas

Udalosti sú reprezentované bodmi v časopriestorovom diagrame. Na nasledujúcom obrázku sú napríklad udalosti O a D. Postupnosť udalostí súvisiacich s jedným objektom sa nazýva **svetočiara** objektu. Svetočiara *a* prislúcha stojacemu objektu, objekt pohybujúci sa premennou rýchlosťou má svetočiaru *b* a svetlo svetočiaru *c*. Udalosť D nie je príčinne spojená s udalosťou O, objekt spájajúci obe udalosti by sa musel pohybovať nadsvetelnou rýchlosťou. Vnútri znázorneného kužeľa leží možná budúcnosť udalosti O a súčasne všetky udalosti, ktoré môže udalosť O ovplyvniť. Hovoríme o tzv. kuželi budúcnosti.



Obr.1 **Kužeľ budúcnosti**

Ak chceme zistiť vzdialenosť dvoch veľmi blízkych (infinitezimálnych) udalostí, definujeme tzv. interval, ktorý je druhou mocninou časopriestorovej vzdialenosti a označujeme ho ds^2. Udalosť je reprezentovaná štyrmi súradnicami, z ktorých tri sú priestorové a jedna je časová. Takýto objekt nazývame **štvorvektor**. Pri štvorrozmerných objektoch píšeme kovariantné a kontravariantné indexy gréckymi písmenami. Štvorvektor udalosti teda vyzerá nasledovne:

$$x^{\mu} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (21)$$

Všimnime si, že čas je v prvej zložke udalosti vynásobený rýchlosťou svetla. Je to kvôli odlišnému rozmeru času voči priestorovým súradniciam. Ak teda vynásobíme čas rýchlosťou, ktorej veľkosť je nezávislá na voľbe súradnicovej sústavy (čo rýchlosť svetla je), dostaneme výsledný rozmer časovej zložky udalosti v metroch.

Poďme sa pozrieť, aký tvar bude mať interval. Ako sme spomínali, interval je druhou mocninou infinitezimálnej vzdialenosti dvoch udalostí. Infinitezimálna vzdialenosť dvoch udalostí bude diferenciálom udalosti. Interval potom zapíšeme ako skalárny súčin diferenciálu udalosti so sebou samým. Skalárny súčin dvoch objektov vypočítame podľa vzťahu (12).

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}\, dx^{\alpha} dx^{\beta} \quad (22)$$

Metrický tenzor $g_{\alpha\beta}$ je podľa definície tenzorovým súčinom vektorov bázy, ktoré so sebou nesú informáciu o súradnicovej sústave, v ktorej sú zadefinované. Ak bude teda súradnicová sústava deformovaná nesprávnou voľbou súradníc alebo priestorom, ktorý popisuje, odrazí sa to v jednotlivých komponentoch metriky. Táto skutočnosť znamená, že funkcie obsiahnuté v metrike popisujú prípadnú krivosť časopriestoru, ako aj krivosť súradníc.

Metrika rovného časopriestoru sa nazýva **Minkowského metrika**. Túto metriku špeciálne označujeme symbolom $\eta_{\alpha\beta}$.

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Interval $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$ vyjadruje časopriestorovú vzdialenosť medzi dvoma blízkymi (infinitezimálními) udalosťami v rovnom časopriestore. Ak obe udalosti ležia na ľubovoľnej svetočiare (napríklad a), je $ds^2 < 0$ (časová časť prevládne, ide o tzv. časupodobný vektor, zodpovedajúci časovému vývoju), obe udalosti sú príčinne spojené. Ak ležia obe udalosti na svetočiare svetla, je $ds^2 = 0$. Pre ľubovoľné dve udalosti na spojnici O a D na obrázku je $ds^2 > 0$ a udalosti nemôžu mať príčinnú súvislosť. Interval je invariant Lorentzovej transformácie, čo znamená že ak ho spočítame v ktorejkoľvek súradnicovej sústave, dostaneme vždy rovnaký výsledok. Tento fakt zabezpečuje, že príčina a dôsledok sú udalosti, ktorých poradie nemožno zameniť voľbou inej súradnicovej sústavy. Ak spojíme dve udalosti s letiacou časticou, môžeme interval vyjadriť ako v laboratórnej sústave, tak v sústave spojenej s časticou ($dx = 0$, $t = \tau$):

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -c^2 d\tau^2, \quad (24)$$

kde τ je tzv. *vlastný čas*, tj. čas, ktorý plynie u samotnej častice. Zrejme platí:

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 \quad (25),$$

takže vlastný čas je tiež invariantom Lorentzovej transformácie.

2 Praktická časť

2.1 Hypotéza stacionárneho vesmíru

V úvode sme spomínali, že zmena myslenia vedcov a odpútanie sa od zaužívaných modelov znamenali v histórii vedy určitý pokrok. Každý jeden vyvodený záver bol vždy podložený logickými úvahami a zakaždým nás posunul o krôčik dopredu. Cieľom tejto práce je ukázať, že ak máme určitú vedeckú teóriu, ktorú máme podloženú príslušným matematickým modelom, nemožno túto teóriu považovať za nesprávnu, ak korešponduje s dovtedajšími poznatkami.

Naším cieľom bude vytvoriť teóriu, ktorá mení naše predstavy o rozpínaní vesmíru, a teda aj predstavy o veľkom tresku. Chceme ukázať, že sa dá na daný problém pozerať z iného uhla pohľadu, ktorý korešponduje so všetkými doterajšími poznatkami.

Záver, že vesmír sa rozpína, vyvodil Hubble z pozorovania červeného posuvu, čo však v konečnom dôsledku neznamená nič iné, len že vzájomná vzdialenosť dvoch telies sa s časom zväčšuje, čo nemusí znamenať, že sa rozpína celý vesmír. Je pravda, že Fridmanovo riešenie Einsteinových rovníc predpovedalo tzv. expanznú funkciu, ktorá ale v skutočnosti znamená len určité naťahovanie vzdialeností daných objektov, čo ešte nezaručuje, že sa vesmír rozpína. V konečnom dôsledku ide len o to, že sa mení vzdialenosť medzi objektami. Hubblov model využíva skutočnosti, že rýchlosť vzďaľovania daného objektu je priamo úmerná jeho vzdialenosti. Toto tvrdenie nazývame **Hubblov zákon** a konštantu tejto úmernosti nazývame **Hubblova konštanta**. Hubblov zákon teda znie:

$$v = Hd \quad (26)$$

kde *v* je rýchlosť, *H* je Hubblova konštanta a *d* je vzdialenosť dvoch objektov.

V roku 1998 vedci namerali, že rýchlosť rozpínania vesmíru sa zväčšuje, čo má za následok uvažovanie o akejsi „temnej energii“, ktorá je zodpovedná za zväčšovanie rýchlosti rozpínania.

Poďme sa však na celý problém pozrieť z iného uhla pohľadu. Faktom je, že bol nameraný červený posun, čo určite znamená, že sa objekty od nás a od seba navzájom vzďaľujú. Ďalším faktom je, že toto vzďaľovanie bolo pozorované len pri galaxiách.

Uvažujme teda takto: *Vzďaľovanie galaxií môže spôsobovať ich postupné zmenšovanie sa pôsobením ich vlastnej gravitácie. Túto skutočnosť by sme pozorovali zaznamenaním červeného posunu, pretože ak sa objekty postupne zmenšujú, ich vzájomná (nebodová) vzdialenosť sa zväčšuje, čo má za následok natiahnutie vlnovej dĺžky svetla, ktoré sa nám potom javí ako červené.*

Takto formulovaný model by vôbec nepotreboval uvažovanie o temnej energii, pretože v tomto prípade je za všetko „zodpovedná“ gravitácia, keďže základná vlastnosť gravitačného poľa je, že telesá v gravitačnom poli menia svoju rýchlosť. Inak povedané, zrýchľovanie vzďaľovania telies je spôsobené „voľným pádom“ telesa smerom do svojho stredu.

Teraz je však potrebné túto teóriu správne matematicky sformulovať, aby sme popísali, ako sa telesá vplyvom gravitácie zmenšujú a za akých okolností je toto zmenšovanie možné.

Pre tento popis použijeme rovnice všeobecnej teórie relativity, pričom budeme vychádzať zo Schwarzschildovho riešenia rovníc všeobecnej relativity.

2.1.1 Schwarzschildovo riešenie

Schwarzschildovo riešenie opisuje metriku pokriveného časopriestoru v okolí sféricky symetrického telesa. Išlo o prvé ucelené riešenie Einsteinovho gravitačného zákona, ktoré našiel nemecký matematik a fyzik **Karl Schwarzschild (1873-1916)** v roku 1916, tj. v roku publikovania všeobecnej teórie relativity. Riešenie platí pre vonkajšieho pozorovateľa, ktorý je vo fixnej vzdialenosti od objektu, kde je rozloženie hmoty nulové, tj. priestor je prázdny .

Výsledný interval takto pokriveného sveta, teda druhá mocnina infinitezimálnej časopriestorovej vzdialenosti vyzerá nasledovne:

$$ds^2 = -c^2\left(1-\frac{rg}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1-\frac{rg}{r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta\, d\varphi^2 \quad , \qquad (27)$$

Metrický tenzor má zrejme tvar

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\left(1-\frac{r_s}{r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\left(1-\frac{r_s}{r}\right)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2\sin^2\theta \end{pmatrix} \quad (28),$$

kde c je rýchlosť svetla, *rg*[1]je tzv. Schwarzschildov polomer, tj. polomer, pod ktorý sa musí dostať teleso s hmotnosťou M tvaru gule, aby sa z neho stala čierna diera, *dt* je diferenciál súradnicového času, *dr* je diferenciál radiálnej vzdialenosti od stredu zakrivenia, *r* je radiálna vzdialenosť od stredu zakrivenia, θ a φ sú uhlové elementy. Táto metrika nám dáva možnosť popisu zakrivenia časopriestoru v okolí čiernych dier, a teda aj možnosť popisu pohybu telies v tomto zakrivenom svete. Ak je rg = 0, dostávame rovný Minkowského časopriestor (25).

2.1.2 Matematická formulácia problému

V článku 3.0. sme sformulovali hypotézu stacionárneho vesmíru na základe zmenšovania hmotných telies a ich následného nebodového vzďaľovania sa od ostatných objektov, dôsledkom čoho je pozorovanie červeného posuvu. Pre vytvorenie matematického modelu zmenšovania telies budeme vychádzať z následnej predstavy: Majme hmotný sféricky symetrický objekt, ktorý je zdrojom gravitačného poľa, pričom interval popisujúci vzdialenosti dvoch udalostí v okolí tohto telesa reprezentuje vzťah (27). Predstavme si, že toto sféricky symetrické teleso má časovo premenný polomer R = R(t). Do tesnej (nekonečnej) blízkosti tohto telesa umiestnime skúšobnú časticu s nenulovou hmotnosťou, ktorá bude mať vlastnú súradnicovú sústavu s vlastným časom τ. Jej vzdialenosť od stredu centrálneho telesa bude zároveň jeho polomerom. Aby sme mohli naďalej používať popis pomocou Schwarzschildovej metriky, musí sa toto teleso pohybovať rovnakou rýchlosťou a rovnakým smerom, akými centrálne teleso mení svoj polomer. Táto podmienka je potrebná z dôvodu použiteľnosti Schwarzschildovej metriky len pri statických prípadoch, čo v tomto prípade zaisťuje

[1]rg = $2GM/c^2$, kde G je gravitačná konštanta; G=$6{,}6742.10^{-11}kg^{-1}m^3s^{-2}$

pohyb skúšobnej častice rovnakou rýchlosťou a rovnakým smerom, pretože v závislosti na centrálne teleso je teraz častica v pokoji.

Obr. 2 **Kontrahovanie hmoty**

Keďže interval je invariant voči Lorentzovej transformácii, medzi intervalmi centrálneho telesa a skúšobnej častice musí platiť vzťah

$$-c^2 d\tau^2 = -c^2\left(1-\frac{rg}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1-\frac{rg}{r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta\, d\varphi^2. \quad (29)$$

Pre tento prípad uvažujeme pohyb častice len v radiálnom smere, preto všetky uhlové elementy položíme rovné nule. Máme teda rovnosť

$$-c^2 d\tau^2 = -c^2\left(1-\frac{rg}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1-\frac{rg}{r}}. \quad (30)$$

Použijeme teraz vynímanie pred zátvorku tak, že na pravej strane rovnice umiestnime pred zátvorku výraz $-c^2dt^2$. Dostaneme

$$-c^2 d\tau^2 = -c^2 dt^2\left(1-\frac{rg}{r}-\frac{dr^2/dt^2}{c^2(1-\frac{rg}{r})}\right). \quad (31)$$

Keďže výraz *dr/dt* je definíciou rýchlosti *v*, tj. rýchlosti, akou sa zväčšuje vzdialenosť skúšobnej častice od stredu centrálneho telesa, môžeme vzťah (31) písať v tvare

$$-c^2 d\tau^2 = -c^2 dt^2\left(1-\frac{rg}{r}-\frac{v^2}{c^2(1-\frac{rg}{r})}\right). \quad (32)$$

V tomto prípade uvažujeme, že vzdialenosť skúšobnej častice od povrchu centrálneho telesa je infinitezimálna, preto sa súradnicový čas *t* a vlastný čas *τ* musia rovnať. Tým získame rovnosť

$$-c^2 d\tau^2 = -c^2 d\tau^2 \left(1 - \frac{rg}{r} - \frac{v^2}{c^2\left(1-\frac{rg}{r}\right)}\right). \quad (33)$$

Vydeľme obe strany rovnice (33) výrazom $-c^2 d\tau^2$. Dostaneme

$$1 = 1 - \frac{rg}{r} - \frac{v^2}{c^2\left(1-\frac{rg}{r}\right)}. \quad (34)$$

Teraz môžeme od oboch strán rovnice (34) odčítať číslo 1. Platí teda rovnosť

$$0 = -\frac{rg}{r} - \frac{v^2}{c^2\left(1-\frac{rg}{r}\right)}. \quad (35)$$

Jednoduchou úpravou vzťahu (35) dostaneme

$$v^2 = -\frac{rg}{r} c^2 \left(1 - \frac{rg}{r}\right). \quad (36)$$

Vložením znamienka mínus do zátvorky na pravej strane rovnice získame rovnosť

$$v^2 = \frac{rg}{r} c^2 \left(\frac{rg}{r} - 1\right). \quad (37)$$

Odmocnením oboch strán rovnice dostaneme

$$v = \pm\sqrt{\frac{rg}{r} c^2 \left(\frac{rg}{r} - 1\right)}. \quad (38)$$

Dostali sme vzťah pre rýchlosť expanzie (znamienko +), alebo rýchlosť kontrakcie (znamienko -). Podmienkou, aby takáto reálna rýchlosť mohla existovať, je, že výraz pod odmocninou na pravej strane rovnice musí byť väčší alebo rovný nule. Platí teda

$$\frac{rg}{r} c^2 \left(\frac{rg}{r} - 1\right) \geq 0. \quad (39)$$

Keďže uvažujeme o centrálnom telese s nenulovou hmotnosťou, môžeme celú nerovnicu vydeliť výrazom $rg.c^2/r$. V tomto prípade sa nemusíme obávať zmenenia znaku nerovnosti, pretože výraz, ktorým nerovnicu delíme, je určite väčší ako nula. Dostaneme

$$\frac{rg}{r} - 1 \geq 0. \quad (40)$$

Jednoduchou úpravou získame nerovnosť

$$r \leq rg. \quad (41)$$

Zo vzťahu (41) vyplýva, že hmotné teleso tvaru gule môže expandovať, alebo kontrahovať len v prípade, že jeho polomer je menší ako Schwarzschildov polomer. To znamená, že také teleso musí byť nutne čiernou dierou.

2.1.3 Záver výskumu

Na základe pozorovaní červeného posunu pri skúmaní galaxií sme predpokladali, že telesá, pri ktorých bol červený posun nameraný (tj. galaxie), sa zmenšujú, čo má za následok zväčšovanie vlnovej dĺžky svetla, teda jeho červenanie. Červený posun bol nameraný výlučne pri pozorovaní galaxií.

V článku 2.1.2 sme dokázali, že telesá môžu kontrahovať len v prípade, že ich polomer je menší ako Schwarzschildov polomer, tj. len v prípade, že dané teleso je čierna diera. Dnes však vieme, že v strede galaxií sa nachádzajú superhmotné čierne diery, čo znamená, že galaxia je ideálny objekt, ktorý môže v priebehu času kontrahovať.

V článku 2.1.2 sme zároveň vysvetlili, prečo nepozorujeme vzďaľovanie telies okolo nás. Rýchlosť vzďaľovania objektov teda nie je závislá od vzdialenosti daného objektu, ale od jeho hmotnosti a polomeru, tj. od toho, či ide o čiernu dieru alebo nie. Takýto model nepotrebuje pre vysvetlenie žiadnu temnú energiu ani iný prvok, ktorý by „zachraňoval“ správnosť našej teórie. Preto sa domnievame, že vesmír v skutočnosti neexpanduje, a teda že nevznikol veľkým treskom. Existuje teda reálna možnosť, že vesmír je stacionárny.

Záver

V tejto práci sme jednoznačne ukázali, že zaužívané modely a pohľady na svet môžu, no nemusia byť správne. Každý jeden pohľad je skonštruovaný z logických myšlienok a prirodzených postupov, preto nie je vždy ľahké určiť, ktorá teória je správna. Vo väčšine prípadoch to vždy vyriešili ďalšie nezávislé zistenia, ktoré dopomohli tej či onej teórii.

Ak by bola teória stacionárneho vesmíru správna, malo by to nemalé následky pre dnešné chápanie podstaty sveta, ako aj pre budúcnosť kozmológie, ktorá by sa musela uberať úplne iným smerom, ako tomu bolo doteraz. Bude preto potrebná dôkladná analýza oboch možností, pričom podstatná časť tejto analýzy by mala byť venovaná práve skúmaniu stacionárneho modelu vesmíru. Bude potrebné vytvoriť teóriu vzniku vesmíru, ktorý korešponduje s jeho stacionárnou podobou aj za predpokladu, že vesmír nie je stacionárny, pretože sme ukázali, že obe možnosti sú rovnako pravdepodobné.

Táto práca taktiež potvrdzuje, že najlepším a najdôveryhodnejším nástrojom na popis a skúmanie nášho sveta je matematika, ktorá môže vždy odkryť nepoznané skutočnosti, ktoré mnohokrát vedú k prevratným zisteniam. Nech je táto práca inšpiráciou pre ľudí, aby mali voľnú myseľ a nepodliehali rýchlo zaužívaným pohľadom na svet.

Bibliografia

KULHÁNEK, P.: Kvantová teorie : Studijní text ČVUT. Praha: Aldebaran, 2016. s. 95.

KULHÁNEK, P.: Obecná teorie relativity: Studijní text ČVUT. Praha: Aldebaran, 2016. s. 93.

KULHÁNEK, P.: Statistická fyzika: Studijní text ČVUT. Praha: Aldebaran, 2015. s. 93.

KULHÁNEK, P.: Teoretická mechanika: Studijní text ČVUT. Praha: Aldebaran, 2016. s. 104.

Odkazy

https://www.google.sk/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjF2bal5prSAhVub5oKHctKAW0QFggYMAA&url=https%3A%2F%2Fsk.wikipedia.org%2Fwiki%2FEdwin_Hubble&usg=AFQjCNHPLQVt-K1RhwacFN4I5AfqYX8RbQ&sig2=yUrHsAqpHkGP_eFRLxy7mQ

https://www.google.sk/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwi00pfW5prSAhVGIpoKHbIUANQQFggYMAA&url=https%3A%2F%2Fsk.wikipedia.org%2Fwiki%2FAlbert_Einstein&usg=AFQjCNHb06SUpwUAtJVti5nlI4DJt-3l5A&sig2=RzHl9BoRV8qy40tXsiz54g

Resumé

Cieľom tejto práce bolo vytvorenie základov teórie stacionárneho vesmíru, ako aj poukázanie na niektoré formy voľného myslenia. Podstatná časť tejto práce bola venovaná hlavne teórii, pričom bolo nevyhnutné oboznámiť čitateľa so všetkými informáciami, ktoré sú potrebné pre pochopenie praktickej časti tejto práce.

V praktickej časti sme zistili, že rozpínanie vesmíru je len jednou z možných teórií, pričom sme načrtli ďalšie možnosti vysvetlenia meraní, z ktorých bolo pôvodne vyvodené, že vesmír sa rozpína. Ukázali sme, že merania i ďalšie aspekty môžu mať aj inú interpretáciu, pričom sme svoje tvrdenia matematicky podložili. Preto sme toho názoru, že táto práca splňuje hlavné body vopred stanoveného cieľa.

The aim of this work was to create the foundations of the theory of a stationary universe, as well as pointing out some form of free-thinking. The bulk of this work was devoted mainly theory, and it was necessary to acquaint the reader with all the information needed for understanding the operative part of this practical part of every workplace, we found that the expansion of the universe is only one of the possible theories, and we have outlined other opportunities explanations measurements, which were originally drawn that the universe expands. We have shown that the measurement and other aspects can have a different interpretation, and we mathematically substantiate its arguments. Therefore, we believe that the work meets the main points of a predetermined target.